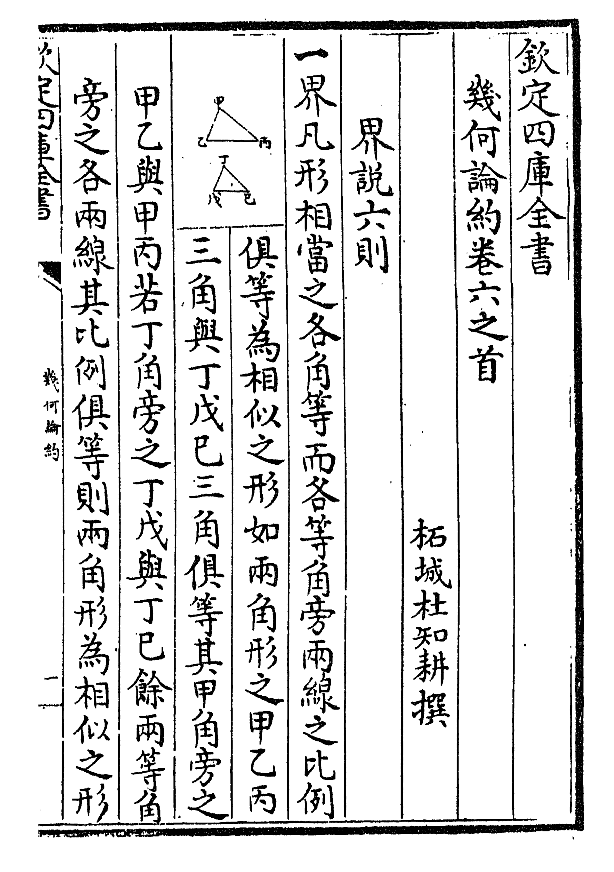
四庫全書

子部



欽定四庫全書

幾何論約卷六之首

柘城杜知耕撰

界說六則

一界凡形相當之各角等而各等角旁兩線之比例俱等為相似之形如兩角形之甲乙丙三角與丁戊己三角俱等其甲角旁之甲乙與甲丙若丁角旁之丁戊與丁己餘兩等角旁之各兩線其比例俱等則兩角形為相似之形

依顯平邊角形皆相似之形

二界兩形之各兩邊線互為前後率相與為比例而等為互相視之形如兩方形之甲乙與戊己若己庚與乙丙而彼此互為前後率則此兩形為互相視之形依顯兩角形之壬子與丑寅若丑卯與壬癸則兩形亦為互相視之形

三界理分中末線一線兩分之其全與大分之比例若大分與小分此線為用甚廣至量體尤所必需古人目為神分線也

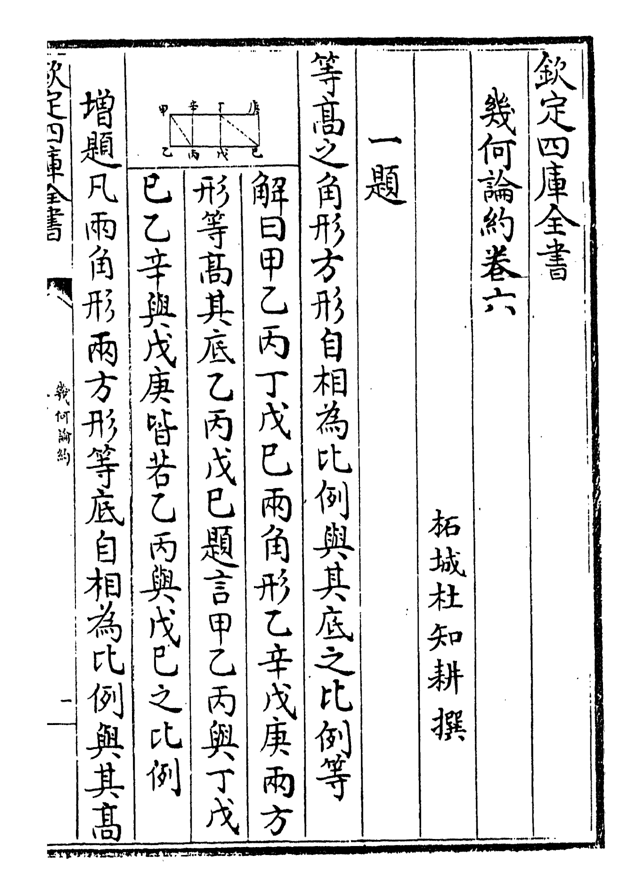
四界度各形之高皆以垂線之亘為度如甲乙丙角形作甲丁垂線即甲丁為甲乙丙角形之高度

五界比例以比例相結以各比例不同理而相聚為一比例則用相結之法借象之術合各比例之命數求首尾一比例之命數也曷為相結如甲乙丙三幾何甲二倍于乙乙三倍于丙而求甲與丙之比例則以二倍乘三倍得甲六倍于丙也若丙為第一甲為第三亦以二乘三得丙

反六倍于甲也若四率則先以前三率之兩比例結為一比例復與第三比例相結也若五率則以第一第二第三率之兩比例相結以第三第四第五率之兩比例相結又以此所結之兩比例乘除相結而為一比例也自六以上倣此曷謂借象如前所說三幾何二比例皆以中率為關紐畧如連比例之同用一中率也有不同理二比例而異中率者是不同理之斷比例也無法可結當別立三幾何二比例而同中率以中率當第二又當第三乘除相結依

做求之如所設幾何十六為首十二為尾却云十六與十二之比例若八與三及二與四之比例八為前之前四為後之後三與二為前之後後之前所謂異中率也欲乘除相結無法可通矣用是別立三幾何則三其八得二十四為前三其三得九為前之後即以九為後之前以求九與何數若二與四得十八為後其二十四與九若八與三也九與十八若二與四也則十六與十二若二十四與十八也三比例以上做此遞結之

六界平行方形不滿一線為形小于線若形有餘線不足為形大于線如甲丁形不滿甲乙線而丙乙半線上無形即作甲巳滿甲乙線上方形則甲丁為依甲乙線之有闕方形而丙巳為甲丁之闕形又甲丙線上作甲巳形其甲乙邉大于元設甲丙線之較為丙乙而甲巳形大于甲丙線上之甲丁形則甲巳為依甲丙線之帶餘方形而丙巳形為甲巳之餘形



幾何論約卷六

柘城杜知耕撰

一題

等高之角形方形自相為比例與其底之比例等

解曰甲乙丙丁戊己兩角形乙辛戊庚兩方形等高其底乙丙戊己題言甲乙丙與丁戊己乙辛與戊庚皆若乙丙與戊己之比例

增題凡兩角形兩方形等底自相為比例與其高

之比例等

耕曰即前圖以高為底以底為高其理自明

二題

三角形任依一邊作平行線即此線分兩餘邊為比例必等三角形內有一線分兩邊為比例而等即此線與餘邊為平行

解曰甲乙丙角形內作丁戊與乙丙平行題言丁戊分甲乙于丁分甲丙于戊其甲丁與丁乙之比例若甲戊與戊丙也又言甲丁與丁乙

甲戊與戊丙為比例兩等則丁戊乙丙必平行

論曰試作丁丙戊乙兩線其丁戊乙丁戊丙兩形同丁戊底又在平行線內即等一卷三七而甲戊丁與丁戊乙兩形之比例若甲戊丁與丁戊丙矣五卷七夫甲戊丁與丁戊乙亦同在平行線內則甲戊丁與丁戊乙兩形之比例必若甲丁丁乙兩底也本卷一依顯甲戊與戊丙兩底之比例亦若甲戊丁與丁戊丙兩形也是甲丁與丁乙亦若甲戊與戊丙矣五卷十

三題

三角形以一直線任分一角為兩平分分對角邊為兩分則兩分之比例若餘兩邊三角形分角線所分對角邊之比例若餘兩邊則所分角為兩平分

解曰甲乙丙角形以甲丁線平分乙甲丙角題言乙丁與丁丙若乙甲與甲丙又言乙丁與丁丙若乙甲與甲丙則甲丁線分乙甲丙角必為兩平分

論曰試作乙戊與甲丁平行次引長丙甲線至戊

其甲乙戊與乙甲丁相對兩角必等外角丁甲丙與丙角戊亦等一卷二九今乙甲丁與丁甲丙又等即甲乙戊角與戊角亦等而甲戊與甲乙兩腰亦等矣一卷六則戊甲與甲丙必若乙甲與甲丙夫戊甲與甲丙又若乙丁與丁丙本卷二是乙甲與甲丙若乙丁與丁丙矣

四題

凡等角三角形其在等角旁之各兩腰相與為比例必等而對等角之邊為相似邊

解曰甲乙丙丁丙戊兩形相當之各角俱等

題言甲乙與乙丙之比例若丁丙與丙戊甲乙與甲丙若丁丙與丁戊甲丙與乙丙若丁戊與丙戊兩每對等角之邊各相似相似者謂各前各後率各對本形之相當角

論曰試并置兩形令兩底成一直線次引長乙甲戊丁兩線相遇于巳成乙巳戊形其甲丙與巳戊平行則戊丙與丙乙若巳甲與甲乙即若等巳甲之丁丙與甲乙也更之甲乙與乙

丙若丁丙與丙戊也又丁丙與巳乙平行則乙丙與丙戊若巳丁與丁戊即若等巳丁之甲丙與丁戊也更之即乙丙與甲丙若丙戊與丁戊也依顯甲乙與甲丙亦若丁丙與丁戊也

系凡角形内之直線與一邊平行而截一分為角形必與全形相似如甲乙丙角形作丁戊直線與乙丙平行而截一分為甲丁戊形必與甲乙丙全形相似

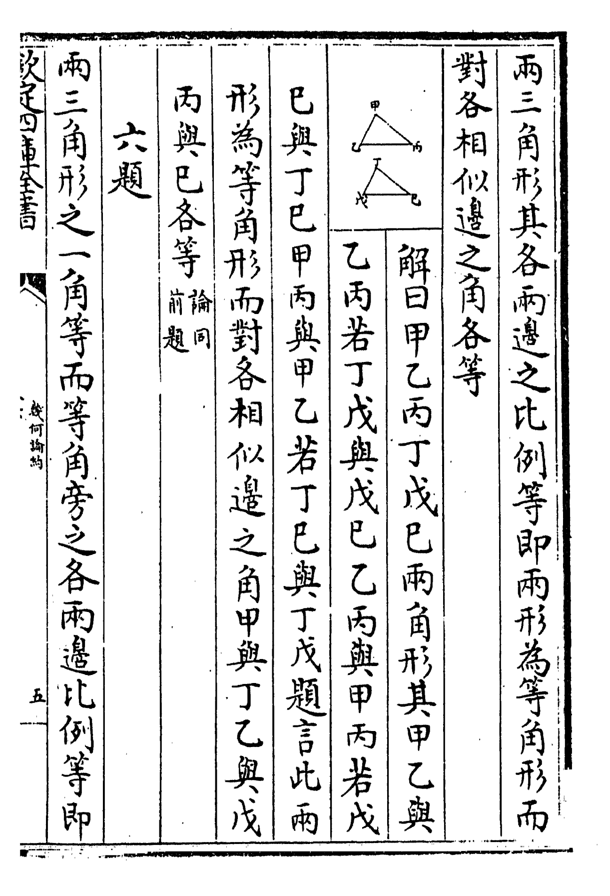
增題凡角形之内任依乙丙邊作丁戊平行線于

乙丙邊任取巳點向甲角作甲巳直線分丁戊于庚則乙巳與巳丙之比例必若丁庚與庚戊

論曰甲巳乙甲庚丁兩角形既相似即甲巳與巳乙若甲庚與庚丁也更之即甲巳與甲庚若巳乙與庚丁也五卷十六依顯甲巳與甲庚若巳丙與庚戊則乙巳與丁庚亦若巳丙與庚戊也五卷十一更之即乙巳與巳丙若丁庚與庚戊也五卷十六

五題

兩三角形其各兩邊之比例等即兩形為等角形而對各相似邊之角各等



解曰甲乙丙丁戊己兩角形其甲乙與乙丙若丁戊與戊己乙丙與甲丙若戊己與丁己甲丙與甲乙若丁己與丁戊題言此兩形為等角形而對各相似邊之角甲與丁乙與戊丙與己各等 論同前題

六題

兩三角形之一角等而等角旁之各兩邊比例等即

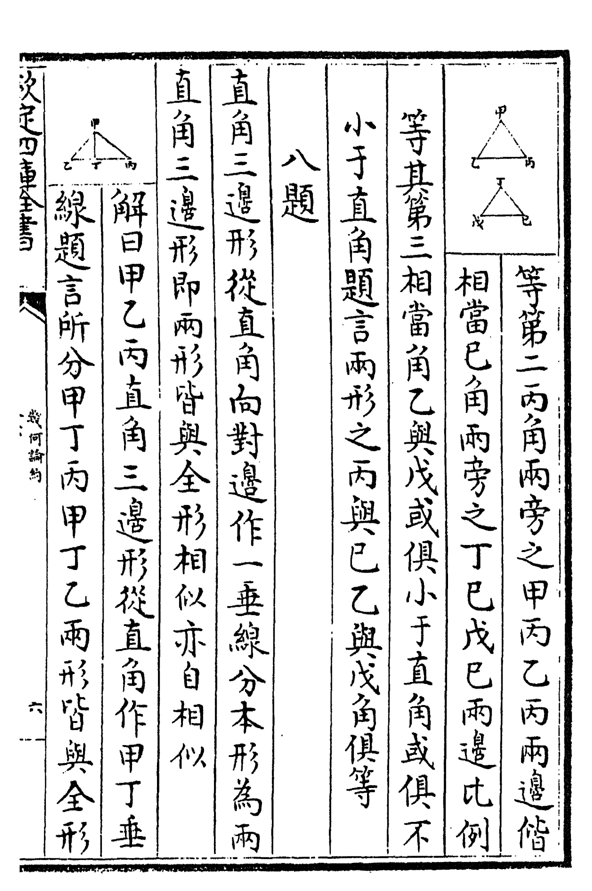
兩形為等角形而對各相似邊之角各等

解曰甲乙丙丁戊己兩角形其乙與戊兩角等而甲乙與乙丙若丁戊與戊己題言餘角丙與己甲與丁俱等（論同四題）

七題

兩三角形第一角等第二相當角各兩旁之邊比例等第三相當角或俱小于直角或俱不小于直角即兩形為等角形而對各相似邊之角各等

解曰甲乙丙丁戊己兩角形其第一甲角與丁角



等第二丙角兩旁之甲丙乙丙兩邊偕相當巳角兩旁之丁巳戊巳兩邊比例等其第三相當角乙與戊或俱小于直角或俱不小于直角題言兩形之丙與巳乙與戊角俱等

八題

直角三邊形從直角向對邊作一垂線分本形為兩直角三邊形即兩形皆與全形相似亦自相似

解曰甲乙丙直角三邊形從直角作甲丁垂線題言所分甲丁丙甲丁乙兩形皆與全形

相似亦自相似

論曰甲乙丙甲丁丙兩形既各以乙甲丙甲丁丙為直角而丙角又同其餘一角必等而兩形為等角形等角旁之各兩邊比例必等依顯甲丁乙與甲乙丙全形亦相似夫兩形既各與全形相似即兩形亦自相似

糸從直角作垂線即此線為兩分對邊線比例之中率而直角旁兩邊各為對角全邊與同方分邊比例之中率何者丙丁與甲丁若甲丁與乙丁也

故甲丁為丙丁乙丁之中率又乙丙與丙甲若丙甲與丙丁也故丙甲為乙丙丙丁之中率又乙丙與乙甲若乙甲與乙丁也故乙甲為乙丙乙丁之中率

九題

一直線求截所取之分

法曰甲乙直線或截取三分之一先從甲任作甲丙線為丙甲乙角次從甲向丙任作所命分之平度如甲丁戊己為三分次

作巳乙直線末作丁庚與巳乙平行即甲庚為甲乙三分之一

論曰丁庚既與巳乙平行即巳丁與丁甲若乙庚與庚甲合之巳甲與甲丁若乙甲與庚甲也甲丁既為巳甲三之一則庚甲亦乙甲三之一矣

十題

一直線求截各分如所設之截分

法曰甲乙線求截各分如所設甲丁戊丙之比例

先以甲乙甲丙相聯成丙甲乙角次作丙乙線相

聯末從丁從戊作丁巳戊庚丙線皆與丙
乙平行即分甲乙線于巳于庚若甲丙之
甲丁丁戊戊丙也

從此題作一用法甲乙直線求平分若干分即從
甲任作甲丙為若干平分餘同前

又簡法如甲乙線求五平分即從乙任作丙乙線
為丙乙甲角次任作丁戊與甲乙平行次
從丁向戊任作五平分為丁巳庚辛壬癸
令丁癸小于甲乙次從甲過癸作甲子線

遇乙丙于子末從子作子壬子辛子庚子巳四線各引至甲乙線為丑寅卯辰五平分

又簡法如甲乙線求五平分即從甲從乙作甲丁乙丙兩平行線次從乙任作戊巳庚辛四平分即用元度從甲作壬癸子丑四平分末作戊丑巳子庚癸辛壬四線即分甲乙于巳辰卯寅為五平分

又用法先作一器如丙丁戊巳任平分為若干格今欲分甲乙線為五平分即取甲乙之度一端抵

戊丙線一端抵庚辛線如甲乙大于戊庚即漸移之令合線若至壬即戊壬之分為甲乙之分

增題有直線求兩分之而兩分之比例若所設兩線之比例法同前

又增題甲乙丙丁兩線各三分于戊巳于庚辛其甲戊與戊乙若丙庚與庚丁甲巳與巳乙若丙辛與辛丁也即中率戊巳庚辛各與前後率為比例亦等謂甲戊與戊巳若丙庚與庚辛巳乙與戊巳

若辛丁與庚辛也

論曰試聯甲于丙作乙甲丁角次作丁乙辛巳庚戊三線相聯其甲戊與戊乙既若丙庚與庚丁即庚戊與丁乙平行甲巳與巳乙既若丙辛與辛丁即辛巳與丁乙平行而庚戊與辛巳亦平行故甲戊與戊巳若丙庚與庚辛也巳乙與戊巳亦若辛丁與庚辛也

十一題

兩直線求別作一線相與為連比例

法曰甲乙甲丙兩線求別作一線相與為連比例謂甲乙與甲丙若甲丙與所求線也先合兩線作丙甲乙角以丙乙線聯之次引長甲乙線至丁令乙丁與甲丙等次作丁戊線與丙乙平行末引長甲丙線遇丁戊于戊即丙戊為所求

論曰丙乙既與戊丁平行即甲乙與乙丁若甲丙與丙戊也而乙丁甲丙元等即甲乙與甲丙若甲丙與丙戊也五卷七

注曰別有一法以甲乙乙丙兩線列作甲乙丙直

角以甲丙聯之次引長甲乙線末從丙作丙丁為甲丙之垂線遇引長線于丁即乙丁為所求

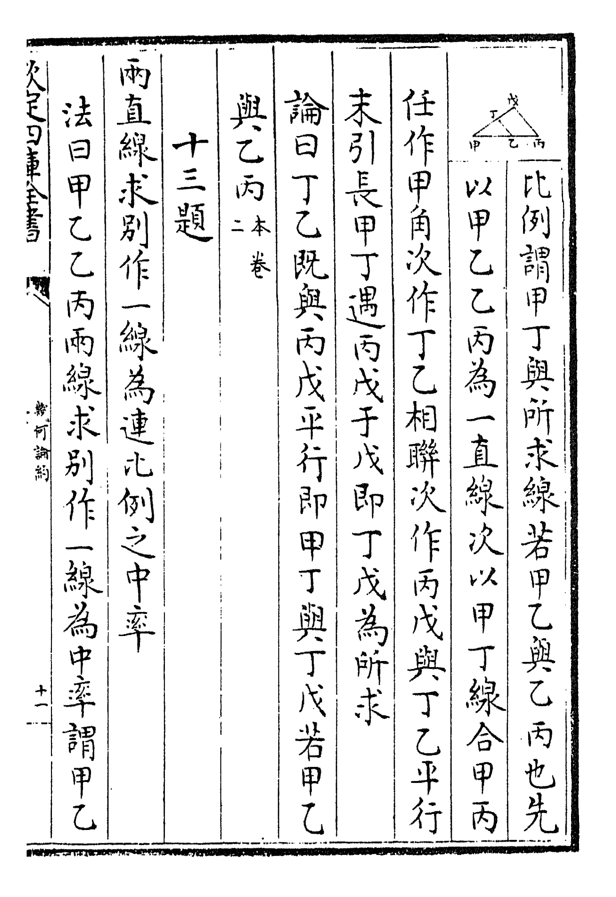
丙
甲　乙　丁

論曰甲丙丁既是直角而丙乙垂線即為甲乙乙丁之中率則甲乙與乙丙若乙丙與乙丁也本卷八之系

十二題

三直線求別作一線相與為斷比例

解曰甲乙乙丙甲丁三線求別作一線相與為斷



比例謂甲丁與所求線若甲乙與乙丙也先以甲乙乙丙為一直線次以甲丁線合甲丙任作甲角次作丁乙相聯次作丙戊與丁乙平行末引長甲丁遇丙戊于戊即丁戊為所求

論曰丁乙既與丙戊平行即甲丁與丁戊若甲乙與乙丙本卷二

十三題

兩直線求別作一線為連比例之中率

法曰甲乙乙丙兩線求別作一線為中率謂甲乙

與所求線若所求線與乙丙也先并兩線成一直線而平分于戊即以戊為心甲作界作甲丁丙半圜末從乙至界作乙丁垂線即乙丁為所求

論曰試作甲丁丁丙兩線成甲丁丙直角形（三卷三十）而丁乙垂線為對邊兩分線之中率（本卷八之系）

注曰依此題可推凡半圜內之垂線皆為兩分徑線之中率何者半圜之內從垂線作角皆直角故也（三卷三三）

增題有甲乙甲丙兩線甲乙大于甲丙二倍以上求兩分甲乙而以甲丙為中率先以甲乙甲丙聯為直角平分甲乙于丁即以丁為心甲為界作甲戊乙半圜次自丙作丙戊與甲乙平行遇圜界于戊末從戊作戊巳垂線而分甲乙于巳即甲丙為甲巳巳乙之中率何者戊巳既半圜內垂線即為兩分徑線之中率而甲丙與戊巳等故為甲巳巳乙之中率

十四題

兩平行方形等一角又等即等角旁之兩邊為互相視之邊兩平行方形之一角等兩等角旁兩邊為互相視之邊即兩形等

解曰辛乙乙巳兩方形等謂其容等甲乙丙戊乙庚兩角又等題言此兩角旁之各兩邊為互相視之邊謂甲乙與乙庚若戊乙與乙丙也又言等角旁之各兩邊為互相視則辛乙乙巳兩形必等

辛　丙　丁
甲　乙　庚
戊　巳

論曰試以兩等角相聯于乙令甲乙乙庚成一直

線而戊乙乙丙亦一直線（一卷十五增）次引長辛丙巳庚遇于丁辛乙乙巳兩形既等即辛乙與乙丁若乙巳與乙丁也而辛乙與乙丁兩形等高即兩形之比例若其底甲乙與乙庚也（本卷一）依顯乙巳與乙丁等高兩形亦若其底戊乙與乙丙也則甲乙與乙庚亦若戊乙與乙丙也

十五題

相等兩三角形之一角等即等角旁之各兩邊互相視兩三角形之一角等兩等角旁之各兩邊互相視

即兩三角形等

解曰甲乙丙丁乙戊兩角形等兩乙角又等題言等角旁之各兩邊互相視謂甲乙與乙戊若乙丁與乙丙也又言等角旁之各兩邊為互相視則甲乙丙丁乙戊兩角形必等

論曰試以兩等角相聯于乙令甲乙乙戊成一直線而丁乙乙丙亦一直線（一卷十五增）次作丙戊相聯甲乙丙丁乙戊兩形既等即甲乙丙與丙乙戊之比例若丁乙戊與丙乙戊矣夫甲乙丙與丙乙戊

兩等高形之比例若其底甲乙與乙戊也而丁巳戊與丙乙戊兩等高形之比例亦若其底丁乙與乙丙也是甲乙與乙戊若丁乙與乙丙

十六題

四直線為斷比例即首尾兩線矩内形與中兩線矩内形等首尾兩線矩内形與中兩線矩内形等即四線為斷比例

解曰甲乙巳庚戊巳乙丙四線為斷比例謂甲乙與巳庚若戊巳與乙丙也題

言甲乙乙丙矩內甲丙形與己庚戊己矩內戊庚形等又言兩矩內形等則甲乙與己庚必若戊己與乙丙也

論曰兩形之乙與己兩角既等兩等角旁之兩邊又互相視則兩形必相等本卷十四若平行斜方形兩等角亦同此論

十七題

三直線為連比例即首尾兩線矩內形與中線上直角方形等首尾兩線矩內形與中線上直角方形等即三線為連比例

解曰甲乙戊巳乙丙三線為連比例謂甲乙與戊巳若戊巳與乙丙也題言甲乙乙丙矩內甲丙形與戊巳上戊庚方形等又言甲乙乙丙矩內形與戊巳上方形等則甲乙與戊巳必若戊巳與乙丙也

論曰試作巳庚線與戊巳等即戊巳巳庚兩線矩內形與甲乙乙丙兩線矩內形等本卷十六若平行斜方形而等角亦同此論

系凡直線上方形與他兩線矩內形等即此線為

他兩線之中率

十八題

直線上求作直線形與所設直線形相似而體勢等

法曰甲乙線上求作直線形與所設丙丁戊己庚形相似而體勢等先于設形任從一角向對角作直線分本形為若干角形如上形即分為角形三次于元線上作甲壬乙角形與丙己丁角形等次作乙壬辛甲壬癸兩角形與丁己戊丙己庚兩角形等則甲乙辛壬癸與

所設形相似而體勢等凡設多角形俱倣此

增簡法如設甲乙丙丁戊直線形求于癸線上作一形與所設形相似而體勢等先于甲角旁之甲乙甲戊引長之為甲巳甲壬次從甲向各角作直線為甲庚甲辛次于甲乙線上截取甲巳與癸線等末從巳作巳庚與乙丙平行作庚辛辛壬與丙丁丁戊各平行即所求

十九題

相似三角形之比例為其相似邊再加之比例

解曰甲乙丙丁戊己兩角形其相當之角各等而甲乙與乙丙若丁戊與戊己題言兩形之比例為乙丙與戊己再加之比例

論曰若兩形等則為相同之比例即再加仍相同之比例若乙丙大于戊己邊即于乙丙截乙庚令乙丙與戊己若戊己與乙庚也次作甲庚線其甲乙與乙丙若丁戊與戊己更之即甲乙與丁戊若

乙丙與戊巳也亦若戊巳與乙庚也夫甲乙庚與丁戊巳兩形有乙戊兩角等而各兩邉又互相視即兩形等本卷十五又甲乙丙與甲乙庚等髙兩形之比例若其底乙丙與乙庚即甲乙丙與丁戊巳兩形之比例亦若乙丙與乙庚矣乙丙巳戊乙庚三線既為連比例則乙丙與乙庚為乙丙與戊巳再加之比例

系依本題可顯凡三線為連比例即第一甲線上角形與第二乙線上角形之比例若第一甲線與

第三丙線也第二乙線上角形與第三丙線上角形之比例亦若第一甲線與第三丙線也皆再加之比例故也

二十題

以三角形分相似多邊形則分數必等而相當各三角形各相似其各相似兩三角形之比例若兩元形其元形之比例為兩相似邊再加之比例

先解曰此甲乙丙丁戊彼己庚辛壬癸兩多邊形其相當各角俱等而等

角旁各兩邊之比例各等題言各以角形分之其角形之分數必等而相當之各角各相似

次解曰各相當角形之比例若兩元形

論曰此角形之比例既若彼角形則此各角形并必若彼各角形并是此全形若彼全形矣

後解曰兩元形之比例為兩相似邊再加之比例

論曰兩分形之比例既若兩元形而兩分形之比例為兩相似邊再加之比例則兩元形亦為相似邊再加之比例

增題甲直線倍大于乙直線則甲直線上方形與乙直線上方形為四倍大之比例若甲方形與乙方形為四倍大之比例則甲線必倍大于乙線何者相似兩形之比例為其邊再加之比例故也

甲

乙

系依此題可顯三直線為連比例則第一線上多邊形與第二線上相似多邊形若第一線與第三線之比例

二十一題

兩直線形各與他直線形相似則兩形自相似

二十二題

四直線為斷比例則兩比例線上各任作自相似之直線形亦為斷比例兩比例線上各任作自相似之直線形為斷比例則四直線亦為斷比例

解曰甲乙丙丁戊已庚辛四線為斷比例謂甲乙與丙丁若戊已與庚辛也于甲乙丙丁線上任作兩角形于戊已庚辛線上任作兩方形題言四形亦為斷比例謂甲

乙壬與丙丁癸若戊丑與庚庚卯又言若四形為斷比例則甲乙丙丁戊巳庚辛四線亦為斷例何者角形與角形方形與方形皆為其相似邉再加之比例故也

二十三題

等角兩平行方形之比例以兩形之各兩邉兩比例相結

解曰甲丙丙巳兩平行方形兩丙角等題言兩形之比例以各等角旁各兩邉之比例相結者謂兩

比例之前率在此形兩比例之後率在彼形如甲丙與丙巳之比例以乙丙與丙庚偕丁丙與丙戊相結也或以乙丙與丙戊偕丁丙與丙庚相結也

論曰試以兩等角相聯令乙丙丙庚丁丙丙戊各成直線次引長甲丁巳庚遇于辛次任作一壬線次以乙丙丙庚壬三線求斷比例之末率線為癸本卷十二次以丁丙丙戊癸三線求斷比例之末率線為子其甲丙丙辛兩形等高既若乙丙丙庚兩底

即若壬與癸也依顯丙辛丙巳兩形亦若癸與子也平之即丙甲與丙巳若壬與子也（五卷二十）若以乙丙與丙戊偕丁丙與丙庚相結以乙丙丙戊聨成一線依上推顯

注曰乙丙與丙庚丁丙與丙戊二比例既不同理又異中率故借壬與癸癸與子同中率而不同理之兩比例以為象令相象之丙庚丁丙亦化兩率為一率為乙丙丙戊首尾兩率之樞紐因以兩比例相結所以通比例之窮也自三以上倣此

二十四題

平行方形之兩角線形自相似亦與全形相似

解曰甲乙丙丁平行方形作甲丙對角線任作戊巳庚辛兩線與丁丙乙丙平行交角線于壬題言戊庚巳辛兩角線方形自相似亦與全形相似

二十五題

兩直線形求作他直線形與一形相似與一形相等

法曰甲乙兩直線形求作一形與甲相似與乙相

等先于甲邉丙丁上作丙戊方形與甲等一卷四四四五次依丁戊邉作丁辛方形與乙等次作一壬癸線為丙丁丁庚之中率本卷十二末于壬癸作子形與甲相似即與乙相等

論曰丙丁壬癸丁庚三線既為連比例則一丙丁與三丁庚若一丙丁上之甲與二壬癸之上之子相似兩形之比例又若丙戊與丁辛等高兩形之比例則丙戊與丁辛若甲與子矣夫丙戊丁辛元若甲與乙今

又若甲與子是乙與子等也

二十六題

平行方形之內減去一平行方形其減形與元形相似而體勢等又一角同則減形必依元形之對角線

解曰乙丁平行方形內減戊巳平行方形元形與減形相似而體勢等又同甲角題言戊巳形必依乙丁形之對角線

二十七題

凡依直線之有闕平行方形不滿線者其闕形與半

線之上闕形相似而體勢等則半線上似闕形之有闕依形必大于此有闕依形

解曰甲乙線平分于丙于甲丙半線上任作甲丁形為甲丙半線上有闕依形次作甲戊滿元線形

而丙戊為丙乙半線上闕形次作丁乙角線末任作巳壬癸子兩線與甲乙戊平行交角線于庚即得甲庚為甲乙線上有闕依形而癸壬為闕形癸壬闕形既依乙丁角線則與丙戊闕形相似而體勢等題言甲丁

有關依形必大于甲庚有關依形

論曰巳丁丁壬兩形同高等底即兩形等一卷三六而庚戊為丁壬之分則丁壬大于庚戊較餘一庚丁形其大于丙庚亦如之丙庚庚戊兩餘方相等故即等丁壬之巳丁形大于丙庚亦較餘一庚丁形也次每加一丙巳形則甲丁必大于甲庚矣

又解曰若庚點在丙戊形之外即引乙丁角線至庚作辛丑與癸戊平行次引甲癸乙癸聯之末作庚巳與辛甲平行

得甲庚為甲乙線上有闕依形而已丑為闕形與丙戊闕形相似而體勢等題言甲丁有闕依形亦大于甲庚有闕依形

論曰試引丙丁線至子即辛子子丑兩線等而辛丁丁丑兩形亦等其丁丑巳丁兩餘方亦等即巳丁與辛丁亦等夫辛丁大于辛壬既較餘一庚丁形則巳丁之大于辛壬亦較餘一庚丁形也此兩率每加一甲壬形則甲丁大于甲庚者亦較餘一庚丁形矣依顯不論庚點在丙戊形内形外凡依

角線作𨻶形而與丙戊相似者其有𨻶依形俱小于甲丁以必有庚丁之較故也

二十八題

一直線求作依線之有𨻶方形與所設直線形等而其𨻶形與所設方形相似其所設直線形不大于半線上所作方形與所設方形相似者

法曰甲乙線求作依線之有𨻶方形與丙等而其𨻶形與丁相似先平分甲乙于戊次于戊乙半線上作戊庚形與丁相似次作甲庚滿線形若甲巳

形與丙等即得所求矣若甲巳大于丙若甲巳小于丙即不可作即等甲巳之戊庚亦大于丙也則求戊庚大于丙之較為壬一卷四五增即作癸丑形與壬等而與戊庚相似次截取巳巳巳卯與癸子癸寅等而作巳卯方形必與癸丑相等相似而又與戊庚相似次引巳辰抵元線又引卯辰兩端作午未線即甲辰為甲乙線上有闕依形與丙等而乙辰闕形與丁相似

論曰辰庚與辰戊兩餘方既等每加一乙辰角線形即乙巳與戊午亦等而與等戊午之戊未亦等乙巳與戊未既等又每加一戊辰形即甲辰與申辰酉磬折形等矣夫磬折形為戊庚之分而戊庚與丙及癸丑并等戊庚既截去等癸丑之卯巳則所餘磬折形與丙等矣即甲辰亦與丙等

二十九題

一直線求作依線之帶餘方形與所設形等而其餘形與所設方形相似

法曰甲乙線求作依線帶餘方形與丙等而其餘形與丁相似先平分甲乙于戊于戊乙上作戊庚方形與丁相似次別作辛方形與丙及戊庚并等又別作癸丑方形與辛等又與丁相似癸丑既與辛等即大于戊庚次引巳戊至卯與壬丑等引巳庚至寅與壬癸等而作寅卯方形即卯寅與癸丑等又與戊庚相似次引甲乙至巳引庚乙至

午引午卯至未末作甲未線與巳卯平行即得甲辰帶餘方形依甲乙線與丙等而巳午為餘形與戊庚相似即與丁相似

論曰甲卯戊午既等戊午與乙寅兩餘方又等是甲卯與乙寅亦等矣而每加一卯巳形則甲辰與申乙酉磬折形必亦等夫磬折形元與丙等卯寅即癸丑元與丙及戊庚并等每減一戊庚即磬折形與丙等即甲辰亦與丙等

三十題

一直線求理分中末線

法曰甲乙線求理分中末先于元線作甲丙方形次依丁甲邊作丁巳帶餘方形與甲丙形等而甲巳為餘形又與甲丙相似則戊巳分甲乙于辛即所求（本卷界三）

論曰丁巳與甲丙兩形既等每減一甲戊形即甲巳辛丙兩形亦等矣此兩形之兩辛角既等即等角旁之各兩邊為互相視之線也（本卷十四）而等戊辛之甲乙線與等辛巳之甲辛線其比例若甲辛與辛乙也是甲辛乙為理分中末也

三十一題

三邊直角形之對直角邊上一形與直角旁邊上兩形若相似而體勢等則一形與兩形并等

解曰甲乙丙三邊直角形甲為直角各邊上任作直線形相似而體勢等題言乙丁形與乙庚丙辛兩形并等

論曰甲丙上方形與乙丙上方形之比例若丙辛與乙丁甲乙上方形與乙丙上方形之比例若乙庚與乙丁夫甲丙甲乙上兩方形并與乙丙上方

形等一卷四七則丙辛乙庚兩形幷亦必與乙丁等

增題角形之一邊上形與餘邊上相似兩形幷等

則對一邊角必直角

三十二題

兩三角形此形之兩邊與彼形之兩邊相似而平置

兩形成一外角若相似之各兩邊各平行則其餘各

一邊相聯為一直線

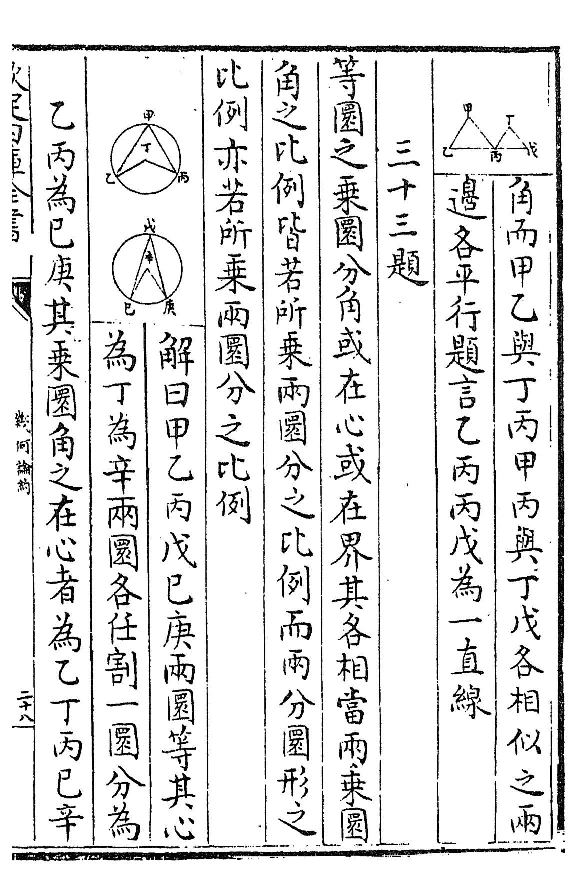
解曰甲乙丙丁丙戊兩角形其甲乙與甲丙若丁

丙與丁戊也試平置兩形令相切成一甲丙丁外

角而甲乙與丁丙甲丙與丁戊各相似之兩邊各平行題言乙丙丙戊為一直線

三十三題

等圜之乘圜分角或在心或在界其各相當兩乘圜角之比例皆若所乘兩圜分之比例而兩分圜形之比例亦若所乘兩圜分之比例



解曰甲乙丙戊巳庚兩圜等其心為丁為辛兩圜各任割一圜分為乙丙為巳庚其乘圜角之在心者為乙丁丙巳辛

庚在界者為乙甲丙巳戊庚題先言乙丙與巳庚兩圜分之比例若乙丁丙與巳辛庚兩角次言乙甲丙與巳戊庚兩角之比例若乙丙與巳庚兩圜分後言乙丁丁丙兩腰偕乙丙圜分乙丁丙分圜形與巳辛辛庚兩腰偕巳庚圜分巳辛庚分圜形之比例亦若乙丙與巳庚兩圜分

一系在圜心兩角之比例皆若兩分圜形

二系在圜心角與四直角之比例若圜心角所乘之圜分與全圜界四直角與在圜心角之比例若全圜界與圜心角所乘之圜分

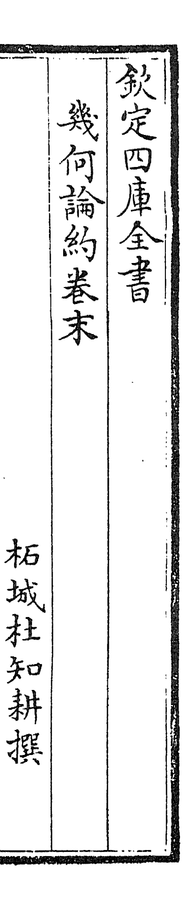
幾何論約卷六

幾何論約卷末

栢城杜知耕撰

增題　利氏曰丁先生言歐凡里得六卷中多研察有比例之線竟不及有比例之面故因其義類增益數題補其未備竊復增一題竊弁于首仍以題旨從先生舊題隨類附演以廣其用俱稱今者以別于先生舊增也

今增題　圜與圜為其徑與徑再加之比例



解曰甲乙丙丁戊巳兩圜其徑甲丙丁巳題言兩圜為甲丙丁巳再加之

比例

一系全圜與全圜半圜與半圜圜分與相當圜分相為比例皆等皆兩徑再加之比例故也

二系三邊直角形對直角邊為徑所作圜與餘兩邊為徑所作圜并等半圜與兩半圜并等圜分與相似兩圜分并等

三系三線為連比例以為徑所作三圜亦為連比例推此可求各圜之相與為比例者又可以圜求各圜之相與為比例者

一增題直線形求減所命分其所減所存各作形與所設形相似而體勢等

法曰甲形求減三分之一所減所存各作形與乙相似先作丙丁形與甲等與乙相似次依丙戊邊作丙巳戊半圜次截丙戊三分之一為戊庚次作巳庚為丙戊之垂線次作巳丙巳戊兩線末于巳丙巳戊上作巳辛巳壬兩形各與丙丁相似為所求

論曰丙丁巳辛巳壬三形既相似其比例必若其

底與底再加之比例三底線負半圜為三邊直角形其巳庚丙巳庚戊兩分形又與全形相似則丙戊與巳丙必若巳丙與丙庚是丙戊與丙庚為再加之比例而丙丁巳辛兩形必若丙戊丙庚兩線矣夫丙庚既為丙戊三分之二則辛巳亦必丙丁三分之二依顯巳壬為丙戊三分之一

若所存所減不論何形其法更易如甲形求減三分之一先作乙丙形與甲等次截乙丁三分之一為丁戊末作巳戊即戊丙形

為甲三分之一

今附有大圜求減小圜則以圜徑當形邊餘同前

又附依此法可作一方形與初月形等如甲乙丙丁圜有初月戊形附圜界四分之一先作甲乙丙丁內切方形兩四平分之其一分即與初月形等

何者甲乙丙半圜與甲乙乙丙上兩半圜等即戊巳半圜為半大圜之半而巳庚分圜形亦為半大圜之半是巳庚分圜形與戊巳半圜等矣此兩

率各減一同用之已形所存戊庚兩形不亦等乎庚為甲乙丙丁方形四之一故甲乙丙丁方形四分之一之方形與初月形等

二增題兩直線形求別作一直線形為連比例

法曰甲與乙丙丁兩形求別作一形為連比例先作戊己庚形與甲等與乙丙丁相似次以戊己為前率乙丙為甲率兩求連比例之末率為辛壬（本卷十一）末于辛壬上作辛壬癸形與兩形相似為所求

論曰三線既為連比例即其上相似三形亦為連比例（本卷二二）

今附有兩圜求别作一圜為連比例即以圜徑當形邊法同前

三增題三直線形求别作一直線形為斷比例

法曰一甲二乙丁三巳庚辛求别作一形為斷比例先作壬子形與甲等與乙丁相似次以壬癸乙丙巳庚為三率求斷比例之末率為

寅卯（本卷十二）末于寅卯上作寅卯辰形與巳庚辛相似為所求

論曰四線既為斷比例其線上相似形亦為斷比例（本卷二三）

今附有三圜求別作一圜為斷比例法同前

四增題兩直線形求別作一形為連比例之中率

甲 丁 乙 丙 庚 戊 巳 癸 辛 壬

法曰甲與乙丙丁兩形求別作一形為連比例之中率先作戊巳庚形與甲等與乙丙丁相似次求戊巳乙丙兩線連

比例之中率為辛壬子辛壬上作辛壬癸形與乙丙丁相似為所求

又法曰甲乙兩形求別作一形為連比例之中率先作丁巳形與甲等次作庚壬形與乙等與丁巳相似令兩形戊角相聯而丁壬巳庚各成直線末引各邊作子癸直角形其子戊戊癸兩餘方皆為甲乙之中率

論曰丁巳與戊癸若子戊與庚壬何者兩比例皆若丁戊與戊壬也故兩餘方皆為等甲乙兩角線形之中率

今附兩圜求別作一圜為連比例之中率法同前

五增題一直線形求分作兩直線形俱與所設形相似而體勢等其比例若所設兩幾何之比例

法曰一甲形求分為兩形俱與丁相似與乙丙比例等先作戊庚形與甲等與丁相似次分戊辛過于壬令戊壬與壬辛若乙與丙次于戊辛上作戊癸辛半圜次從壬作癸壬為戊辛之垂線次作戊癸癸辛兩線末于戊癸癸辛上作戊子癸寅兩

形俱與戊庚形相似為所求

今附一圜求分作兩圜與所設比例等法同前

六增題一直線形求分作兩直線形俱與所設形相似而體勢等其兩分形兩相似邊之比例若所設兩幾何之比例

法曰一甲形求分作兩形俱與丁相似其兩分形兩相似邊之比例若乙與丙先以乙丙兩線求連比例之末率為戊次作巳庚辛形與甲等與丁

相似次分巳辛于壬令巳壬與壬辛若乙與戊次

于巳辛線上作巳癸辛半圜次從壬作壬癸為巳

辛之垂線次作巳癸癸辛兩線末于巳癸癸辛上

作巳子癸癸丑辛俱與丁相似為所求

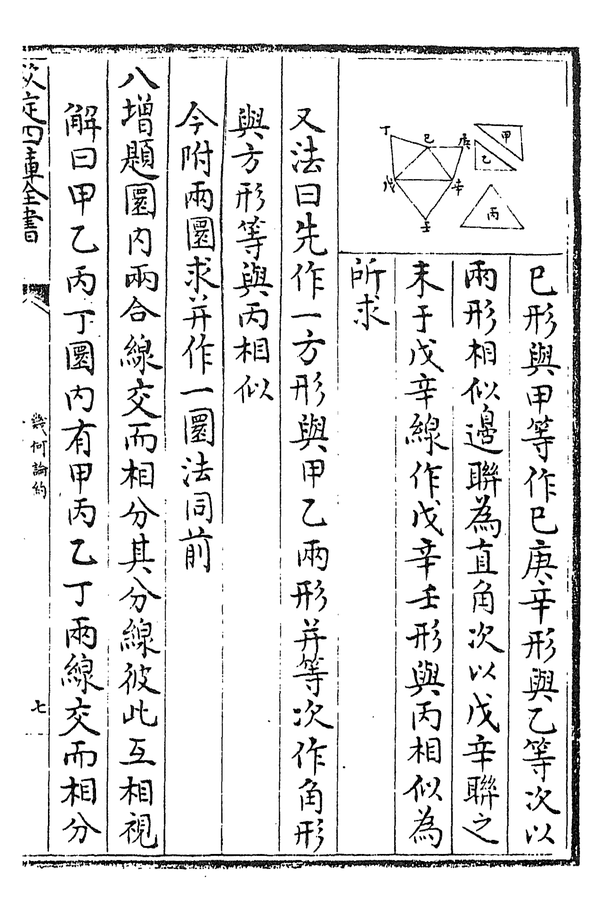
今附一圜求分作兩圜兩徑若所設之比例法同

前

七增題兩直線形求并作一直線形與所設形相似

而體勢等

法曰甲乙丙形求并作一形與丙相似先作戊丁



巳形與甲等作巳庚辛形與乙等次以兩形相似邊聯為直角次以戊辛聯之末于戊辛線作戊辛壬形與丙相似為所求

又法曰先作一方形與甲乙兩形并等次作角形與方形等與丙相似

今附兩圜求并作一圜法同前

八增題圜內兩合線交而相分其分線彼此互相視

解曰甲乙丙丁圜內有甲丙乙丁兩線交而相分

于戊題言甲戊與戊丁若乙戊與戊丙又甲戊與乙戊若戊丁與戊丙也

論曰甲戊偕戊丙與乙戊偕戊丁兩矩內形等（三卷三五）即等角旁之兩邊為互相視之邊（本卷十四）

九增題圜外任取一點從點出兩直線皆割圜至規內其兩全線與兩規外線彼此互相視若從點作一切圜線則切圜線為各割圜全線與其規外線之各中率

解曰甲乙丙丁圜外任取戊點作戊丙戊丁兩線

割圜界于甲于乙題言戊丙與戊丁若戊甲與戊乙又戊丙與戊甲若戊丁與戊乙也又言巳戊切線爲各割圜全線與規外線之各中率謂丙戊與巳戊若巳戊與戊

乙又丁戊與巳戊亦若巳戊與甲戊也

論曰丙戊偕乙戊矩内形與巳戊上方形等三卷三六又丁戊偕甲戊矩内形與巳戊上方形亦等即兩矩内形自相等兩等角旁之兩邊爲互相視之邊本卷十四又兩矩内形各與戊巳上方形等即戊丙戊

已戊乙三線戊丁戊已戊甲三線俱為連比例而已戊為各中率

十增題兩直線相遇作角從兩線之各一界至下垂線而每方為兩線一自界至相遇處一自界至垂線則各相對之兩線皆彼此互相視

解曰甲乙丙乙兩線相遇于乙作甲乙丙角從甲作丙乙之垂線從丙作甲乙之垂線

若甲乙丙為鈍角如上圖兩垂線當至甲乙丙乙之各引出線上為甲丁為丙戊其甲

戊丙丁交而相分于乙也若甲乙丙為鋭角如下圖甲丁丙戊兩垂線當在甲乙丙乙之内交而相分于巳也題言甲乙與乙丙若丁乙與乙戊又甲乙與丁乙若乙丙與乙戊也

論曰甲乙丁形之甲乙丁甲丁乙兩角與丙乙戊形之丙乙戊丙戊乙兩角皆等（兩為直角兩于上圖為交角于下圖）（為同角故）即兩形為等角形故各相對之兩線為彼此互相視

十一增題平行線形内兩直線與兩邊平行分元形

為四平行線形此四形任相與為比例皆等

解曰甲丙形內作戊己庚辛兩線與甲丁丙丁平行而交于壬題言所分之戊庚庚己乙壬壬丙四形任相與為比例皆等

論曰戊壬與壬己兩線之比例既若戊庚與庚己兩形又若乙壬與壬丙兩形即戊庚與庚己亦若乙壬與壬丙也依顯乙壬與戊庚亦若壬丙與庚己也

十二增題凡四邊形之對角兩線交而相分其所分

四三角形任相與為比例皆等

解曰甲乙丙丁四邊形有甲丙乙丁兩對角線交而相分于戊題言所分甲戊丁乙戊丙甲戊乙丁戊丙四三角形任相與為比例皆等

論曰甲戊與戊丙兩線之比例若甲戊丁與丁戊丙兩形又若甲戊乙與乙戊丙兩形即甲戊丁與丁戊丙兩形亦若甲戊乙與乙戊丙也依顯甲戊乙與甲戊丁亦若乙戊丙與丁戊丙也

十三增題三角形任于一邊任取一點從點求作一

線分本形為兩形其兩形之比例若所設兩幾何

法曰甲乙丙角形任于乙丙邊任取丁點求從丁作一線分本形為兩形其兩形之比例若戊與己先分乙丙于庚令乙庚與庚丙若戊與己如庚丁同點一圖即作丁甲線為所求如庚在丁丙之內二圖亦作丁甲線從庚作辛庚線與丁甲平行末作丁辛線即分乙丁辛甲無法四邊形與丁丙辛角形其比例若戊與己也如庚在乙丁之

內圖亦作丁甲線次從庚作庚辛線與丁甲平行末作辛丁線即分乙丁辛角形與丁丙辛甲無法四邊形其比例若戊與已也詳一卷三十八題第二增

十四增題一直線形求別作一直線形相似而體勢等其比例若所設兩幾何

法曰甲直線形求別作一形與甲相似令甲與所作形之比例若乙與丙先以乙丙及丁戊三線求斷比例之末率為已次求丁戊及已之中率為庚辛本卷十二十三末于庚辛上作

壬形與甲相似為所求若先設大甲求作小壬若丙與乙倣此

論曰丁戊庚辛巳三線為連比例即一丁戊與三巳之比例若一丁戊上之甲與二庚辛上之壬

有用法作各形之相加相減者如乙丁方形求別作五倍大方形先引長甲乙至戊令乙戊五倍于乙甲次平分甲戊于巳即以巳為心甲為界作甲庚戊半圜次引長乙丙抵圜界于庚即依乙庚線作乙辛方形為所求

耕曰甲乙偕戊乙矩內形與乙庚上方形等（三卷三五）矩內形既五倍于乙丁則乙辛方形亦必五倍于乙丁

又丁乙直線形求別作二倍大相似形先引長甲乙至戊令乙戊二倍于甲乙次平分甲戊于巳即以巳為心甲為界作甲庚戊半圜次引長丙乙抵圜界于庚次于甲戊線截取甲辛與乙庚等從辛作辛壬與乙丙平行次作甲丙對角線引長之遇辛壬于壬次自壬

作壬癸與丙丁平行末引甲丁線聯之成癸辛形即二倍于丁乙丙相似

用此法不論何形但兩形相似其在庚乙上形皆二倍于在甲乙上形

今附若用前法作圜則乙庚徑上圜亦二倍大于甲乙徑上圜相加相減倣此

十五增題諸三角形求作内切直角方形

法曰甲乙丙角形求作内切方形先從甲角作甲丁為乙丙之垂線次分甲丁于戊

令甲戊與戊丁若甲丁與乙丙（本卷十增）次從戊作己庚與乙丙平行末自庚自己作庚壬己辛兩線各與甲丁平行即得己壬形為所求（若直角鈍角則從直角鈍角作垂線）

耕曰己庚既與底線平行則甲丁與乙丙若甲戊與己庚今又若甲戊與戊丁是戊丁與己庚等矣而庚壬己辛又各與戊丁等即庚辛為方形

甲 戊 丁 乙 己 丙

又甲乙丙直角三邊形求依乙角作內切方形先分甲乙于丁令甲丁與丁乙若甲

乙與乙丙末從丁作丁戊與乙丙平行從戊作戊
巳與甲乙平行即得丁巳形為所求
耕曰丁戊既與底線平行則甲乙與乙丙若甲丁
與丁戊今又若甲丁與丁乙是丁乙與丁戊等矣
即乙戊為方形
今附如上三邊直角形依乙角作內切方形其方
邊必為甲丁巳丙兩分餘邊之中率何者甲丁與
丁戊若戊巳與巳丙故也本卷四之系
後附耕自為圖論附之卷末其法似為本書所
無其理實函各題之內非能于本書之外

別生新義也稱後附者以別于
丁氏利氏之增題也計十條

一附直角三邊形以直角旁兩邊求對直角邊

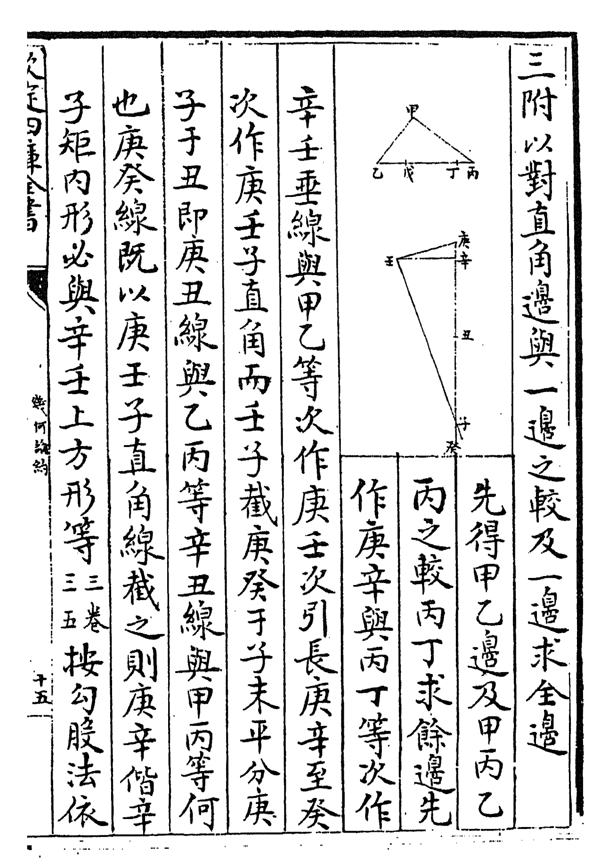
一卷四十七題第四增言直角三邊形先得兩邊可求餘一邊皆用算數相求然亦可以量得之按直角三邊形即算家所謂勾股也乙丙即弦甲乙即勾甲丙即股乙丙之大于甲丙為丁丙曰股弦較乙丙之大于甲乙為乙戊曰勾弦較甲丙之大于甲乙為丙己曰勾股較凡六線先得兩線皆可求餘線今先得甲乙甲丙

兩邊求乙丙先作庚辛壬直角令辛壬與甲乙等辛庚與甲丙等末作庚壬即得乙丙邊之度

二附以對直角邊及直角旁一邊求餘邊

先得甲乙乙丙兩邊求甲丙先作庚壬與乙丙等平分于癸即以癸為心庚為界作半圜次以壬為心甲乙為度向圜作短界為辛末作庚辛線為所求若先得甲丙乙丙兩邊求甲乙法同上

三附以對直角邊與一邊之較及一邊求全邊



先得甲乙邊及甲丙乙丙之較丙丁求餘邊先作庚辛與丙丁等次作辛壬垂線與甲乙等次作庚壬次引長庚辛至癸次作庚壬子直角而壬子截庚癸于子末平分庚子于丑即庚丑線與乙丙等辛丑線與甲丙等何也庚癸線既以庚壬子直角線截之則庚辛偕辛子矩内形必與辛壬上方形等三卷三五按勾股法依

股弦較為濶作直形兩與勾冪等其長必一弦一股之度故加辛庚折半得乙丙弦若先得甲丙及甲乙乙丙之較乙戊求乙丙法同上

四附以直角旁兩邊之較及對直角邊求全邊

先得乙丙及甲乙甲丙之較乙丙先作庚辛與乙丙等次平分于寅即以寅為心庚為界向上作短界線次以庚為心己丙為度向上作短界線相交處為丑自丑作辛丑線次作庚辛壬

直角令辛壬與辛丑等次作庚壬線末截庚壬于癸令壬癸與丙巳等餘庚癸平分于子即庚子與甲乙等子壬與甲丙等按勾股法一勾一股并作方形當弦上方形二而朒一勾股較上方形令庚辛上方形即弦冪等辛丑之辛壬上方形當一弦冪而朒一勾股較上方形又庚壬上方形與庚辛辛壬上兩方形并等則庚壬一線必為一勾一股之度

五附以直角旁兩邊與對直角邊之兩較線求各邊

先得甲丙乙丙之較丁丙及甲乙乙丙之較乙戊

先倍乙戊加丁丙為庚辛壬癸線平分于子即以子為心庚為界作庚丑癸半圜次自壬作垂線抵圜界于丑

即壬丑線加壬癸即與甲乙等加辛壬即與甲丙等加辛癸即與乙丙等按勾股法丁丙偕乙戊矩内形二與戊丁上方形等夫庚壬偕壬癸矩内形即兩較矩内形二也而又與壬丑上方形等則壬

丑垂線不與戊丁亦等乎故遞加之得勾股弦也若倍丙丁加乙戊所求亦同

六附又法以方邊角線之較求方邊

先得方邊角線之較甲乙三倍之為甲乙丙丁線平分于戊即以戊為心甲為界作甲巳丁半圜自丙作垂線抵圜界于巳即巳丙線加丙丁為方邊加甲丙為角線試作庚辛為角線上方形次作庚癸壬辛皆為元方形詳二卷十四之增其子丑與丑

壬兩線之比例若丑壬與子丑寅卯兩線并則丑壬為子丑及子丑寅卯兩線并之中率今甲丙倍丙丁而巳丙為中率其丙丁與巳丙若巳丙與甲丙也則巳丙丑壬兩線必等故加等子丑之丙丁得方邊加等子丑寅卯兩線并之甲丙得角線

七附等角兩平行方形（不同理）不必借象即以相結

如甲丙丙巳兩平行方形兩丙角等即以兩角相聯令乙丙丙庚丁丙丙戊各成直線（六卷二三）次引丙庚至壬令丙庚與

丙壬若丁丙與丙戊旋依丁丙丙壬作丁壬形即甲丙與丙巳兩形之比例若乙丙與丙壬何者丙庚丙壬丁丙丙戊四線既為斷比例前後兩率矩内形與中兩率矩内形必等（六卷十六）即丙巳與丁壬等又丁壬與甲丙同丁丙邊即兩形等高兩形之比例必若兩底乙丙之與丙壬也故甲丙與丙巳亦若乙丙與丙壬此以丁丙丙庚為前率之後復為後率之前化二為一作首尾兩率之樞紐不必假借他

象即以相結若以乙丙與丙戊偕丁丙與丙庚相結倣此

八附又法求理分中末線

設甲乙線求理分中末（詳六卷三十）即以甲乙當股次作乙丙勾令勾半于股次以甲丙弦聯之次截甲丙于丁令丙丁與乙丙等末截甲乙于戊令甲戊與甲丁等即甲戊乙為理分中末也何者勾股上兩方形并與弦上方形等（一卷四七）于弦方內減去等勾

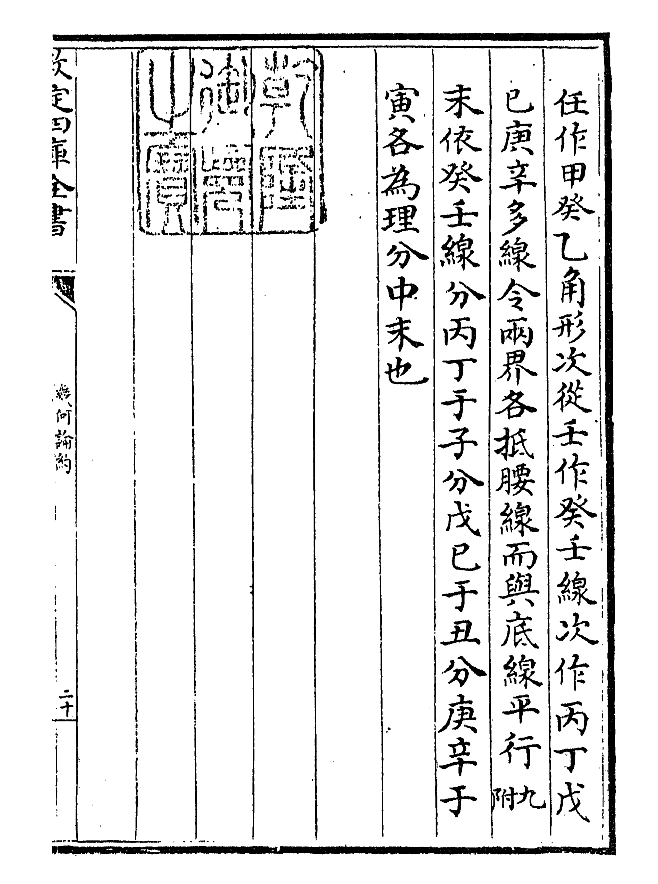
方之巳形所餘庚辛壬磬折形必與股方等又甲丁甲戊兩線等即辛癸兩形亦等再減辛癸兩形所餘庚壬兩形與子丑寅磬折形必亦等又甲乙既倍于丙乙即甲卯亦倍于甲辰甲丁甲戊又等則癸子兩形并當甲戊偕丙乙矩內形二與庚壬兩形并即甲丁偕丙乙矩內形二亦等矣即癸子兩形并與子丑寅磬折形亦等此二率每減一同用之子形則所餘癸與丑寅并安得不等夫癸即甲戊上方形也丑寅即甲乙偕乙戊矩內形也故甲戊乙戊為理分中末也

九附求于三角形内作一線抵兩腰與底線平行又與所設線等

甲乙丙三角形求作一線抵兩腰與乙丙平行而與丁線等先作甲戊線次分于巳令甲戊與甲巳若乙丙底與丁線末從巳作庚辛線與乙丙平行為所求若設線大于乙丙即不可作

十附有多線求理分中末

設甲乙丙丁戊巳庚辛多線各求理分中末先依前法附八分甲乙于壬次



任作甲癸乙角形次從壬作癸壬線次作丙丁戊
巳庚辛多線令兩界各抵腰線而與底線平行附九
末依癸壬線分丙丁于子分戊巳于丑分庚辛于
寅各為理分中末也

幾何論約卷末